

Урок 10 Розв'язування задач

1. Яку систему тіл називають теплоізолюваною?

2. Сформулюйте закон збереження енергії, на підставі якого складають рівняння теплового балансу.

РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ЗАДАЧ

1. У відро налито 5 л води при температурі 18°C. Скільки окропу необхідно долити у відро, щоб температура води стала дорівнювати 47°C? Енергією на нагрівання відра і навколишнього середовища знехтувати.

Дано:

$$\begin{aligned}V_1 &= 5 \text{ л} \\ &= 0,005 \text{ м}^3 \\ t_1 &= 18 \text{ }^\circ\text{C} \\ t_2 &= 100 \text{ }^\circ\text{C} \\ t &= 47 \text{ }^\circ\text{C}\end{aligned}$$

$$V_2 = ?$$

Розв'язання

Кількість теплоти, одержана холодною водою:

$$Q_1 = cm_1(t - t_1)$$

Кількість теплоти, віддана гарячою водою:

$$Q_2 = cm_2(t_2 - t)$$

Відповідно до рівняння теплового балансу:

$$Q_1 = Q_2$$

Підставимо рівняння (1) і (2) у рівняння (3):

$$cm_1(t - t_1) = cm_2(t_2 - t)$$

$$m_1(t - t_1) = m_2(t_2 - t)$$

$$m = \rho V$$

$$\rho V_1(t - t_1) = \rho V_2(t_2 - t)$$

$$V_1(t - t_1) = V_2(t_2 - t)$$

$$V_2 = \frac{V_1(t - t_1)}{t_2 - t}; \quad [V_2] = \frac{\text{м}^3 \cdot (^\circ\text{C} - ^\circ\text{C})}{^\circ\text{C} - ^\circ\text{C}} = \text{м}^3$$

$$V_2 = \frac{0,005 \cdot (47 - 18)}{100 - 47} \approx 0,0027 \text{ (м}^3\text{)}$$

Відповідь: $V_2 \approx 0,0027 \text{ м}^3$

2. У воду масою 500 г, узятую за температури 70 °С, додали 200 г води, що має температуру 10 °С. Якою буде температура суміші? Вважайте, що під час досліду теплообмін із довкіллям не відбувається.

Дано:

$$\begin{aligned}m_1 &= 500 \text{ г} \\ &= 0,5 \text{ кг} \\ t_1 &= 70 \text{ }^\circ\text{C} \\ m_2 &= 200 \text{ г} \\ &= 0,2 \text{ кг} \\ t_2 &= 10 \text{ }^\circ\text{C}\end{aligned}$$

$$t = ?$$

Розв'язання

Кількість теплоти, віддана гарячою водою:

$$Q_1 = cm_1(t_1 - t)$$

Кількість теплоти, одержана холодною водою:

$$Q_2 = cm_2(t - t_2)$$

Відповідно до рівняння теплового балансу:

$$Q_1 = Q_2$$

Підставимо рівняння (1) і (2) у рівняння (3):

$$cm_1(t_1 - t) = cm_2(t - t_2)$$

$$m_1(t_1 - t) = m_2(t - t_2)$$

$$m_1t_1 - m_1t = m_2t - m_2t_2$$

$$m_1t_1 + m_2t_2 = m_2t + m_1t$$

$$m_1t_1 + m_2t_2 = t(m_2 + m_1)$$

$$t = \frac{m_1t_1 + m_2t_2}{m_2 + m_1}; \quad [t] = \frac{\text{кг} \cdot ^\circ\text{C} + \text{кг} \cdot ^\circ\text{C}}{\text{кг} + \text{кг}} = \frac{\text{кг} \cdot ^\circ\text{C}}{\text{кг}} = ^\circ\text{C}$$

$$t = \frac{0,5 \cdot 70 + 0,2 \cdot 10}{0,2 + 0,5} \approx 52,86 \text{ (}^\circ\text{C)}$$

Відповідь: $t \approx 52,86 \text{ }^\circ\text{C}$.

3. В алюмінієвій каструлі масою 1,5 кг міститься 800 г води кімнатної температури (20 °C). Скільки кип'ятку потрібно долити в каструлю, щоб одержати воду з температурою 45 °C?

Дано:

$$m_1 = 1,5 \text{ кг}$$

$$c_1 = 920 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot ^\circ\text{C}}$$

$$m_2 = 800 \text{ г} \\ = 0,8 \text{ кг}$$

$$c_2 = 4200 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot ^\circ\text{C}}$$

$$t_1 = t_2 = 20 \text{ }^\circ\text{C}$$

$$t_3 = 100 \text{ }^\circ\text{C}$$

$$t = 45 \text{ }^\circ\text{C}$$

$$m_3 = ?$$

Розв'язання

Кількість теплоти, одержана каструлею:

$$Q_1 = c_1 m_1 (t - t_1)$$

Кількість теплоти, одержана холодною водою:

$$Q_2 = c_2 m_2 (t - t_2)$$

Кількість теплоти, віддана гарячою водою:

$$Q_3 = c_2 m_3 (t_3 - t)$$

Відповідно до рівняння теплового балансу:

$$Q_1 + Q_2 = Q_3$$

Підставимо рівняння (1), (2), (3) у рівняння (4):

$$c_1 m_1 (t - t_1) + c_2 m_2 (t - t_2) = c_2 m_3 (t_3 - t)$$

$$m_3 = \frac{c_1 m_1 (t - t_1) + c_2 m_2 (t - t_2)}{c_2 (t_3 - t)}$$

$$[m_3] = \frac{\frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot ^\circ\text{C}} \cdot \text{кг} \cdot (^\circ\text{C} - ^\circ\text{C}) + \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot ^\circ\text{C}} \cdot \text{кг} \cdot (^\circ\text{C} - ^\circ\text{C})}{\frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot ^\circ\text{C}} \cdot (^\circ\text{C} - ^\circ\text{C})} = \frac{\text{Дж} + \text{Дж}}{\frac{\text{Дж}}{\text{кг}}} = \frac{\text{Дж}}{\frac{\text{Дж}}{\text{кг}}} = \text{кг}$$

$$m_3 = \frac{920 \cdot 1,5 \cdot (45 - 20) + 4200 \cdot 0,8 \cdot (45 - 20)}{4200 \cdot (100 - 45)} = \frac{34500 + 84000}{231000} \approx 0,51 \text{ (кг)}$$

Відповідь: $m_3 \approx 0,51 \text{ кг}$.

4. У каструлю наливають шість повних склянок холодної води при температурі 15 °C і три повних склянок гарячої води при температурі 90 °C. Яка температура встановиться в каструлі? Теплоємністю каструлі знехтуйте.

Дано:

$$N_x = 6$$

$$t_x = 15 \text{ }^\circ\text{C}$$

$$N_r = 3$$

$$t_r = 90 \text{ }^\circ\text{C}$$

$$t = ?$$

Розв'язання

Нехай m_1 – кількість води в одному стакані. Тоді,

$$m_x = N_x m_1 \text{ – маса холодної води}$$

$$m_r = N_r m_1 \text{ – маса гарячої води}$$

Кількість теплоти, віддана гарячою водою:

$$Q_r = c m_r (t_r - t) = c N_r m_1 (t_r - t)$$

Кількість теплоти, одержана холодною водою:

$$Q_x = c m_x (t - t_x) = c N_x m_1 (t - t_x)$$

Відповідно до рівняння теплового балансу:

$$Q_r = Q_x$$

Підставимо рівняння (1) і (2) у рівняння (3):

$$c N_r m_1 (t_r - t) = c N_x m_1 (t - t_x)$$

$$N_r (t_r - t) = N_x (t - t_x)$$

$$t = \frac{N_r t_r + N_x t_x}{N_r + N_x}$$

$$t = \frac{6 \cdot 15 \text{ }^\circ\text{C} + 3 \cdot 90 \text{ }^\circ\text{C}}{3 + 6} = 40 \text{ }^\circ\text{C}$$

Відповідь: $t = 40 \text{ }^\circ\text{C}$.

5. Скільки потрібно змішати гарячої води, що має температуру 85 °С, й холодної, що має температуру 5 °С, щоб отримати 70 кг води за температури 35 °С?

1-й спосіб

Дано:

$$t_{\Gamma} = 85 \text{ }^{\circ}\text{C}$$

$$t_x = 5 \text{ }^{\circ}\text{C}$$

$$m = 70 \text{ кг}$$

$$t = 35 \text{ }^{\circ}\text{C}$$

$$m_{\Gamma} - ?$$

$$m_x - ?$$

Розв'язання:

Кількість теплоти, віддана гарячою водою:

$$Q_{\Gamma} = cm_{\Gamma}(t_{\Gamma} - t)$$

Кількість теплоти, одержана холодною водою:

$$Q_x = cm_x(t - t_x) = c(m - m_{\Gamma})(t - t_x)$$

$$Q_{\Gamma} = Q_x$$

Підставимо рівняння (1) і (2) у рівняння (3):

$$cm_{\Gamma}(t_{\Gamma} - t) = c(m - m_{\Gamma})(t - t_x)$$

$$m_{\Gamma}(t_{\Gamma} - t) = (m - m_{\Gamma})(t - t_x)$$

$$m_{\Gamma}(t_{\Gamma} - t) = m(t - t_x) - m_{\Gamma}(t - t_x)$$

$$m_{\Gamma}(t_{\Gamma} - t) + m_{\Gamma}(t - t_x) = m(t - t_x)$$

$$m_{\Gamma}(t_{\Gamma} - t + t - t_x) = m(t - t_x)$$

$$m_{\Gamma}(t_{\Gamma} - t_x) = m(t - t_x)$$

$$m_{\Gamma} = m \cdot \frac{t - t_x}{t_{\Gamma} - t_x}; [m_{\Gamma}] = \text{кг} \cdot \frac{^{\circ}\text{C}}{^{\circ}\text{C}} = \text{кг}$$

$$m_{\Gamma} = 70 \cdot \frac{35 - 5}{85 - 5} = 70 \cdot \frac{30}{80} = \frac{210}{8} = 26,25 \text{ (кг)}$$

$$m_x = 70 - 26,25 = 43,75 \text{ (кг)}$$

Відповідь: 26,25 кг; 43,75 кг.

2-й спосіб

Дано:

$$t_{\Gamma} = 85 \text{ }^{\circ}\text{C}$$

$$t_x = 5 \text{ }^{\circ}\text{C}$$

$$m = 70 \text{ кг}$$

$$t = 35 \text{ }^{\circ}\text{C}$$

$$m_{\Gamma} - ?$$

$$m_x - ?$$

Розв'язання

Нехай $m_{\Gamma} = x$ – маса гарячої води.

Тоді $m_x = 70 - x$ – маса холодної води

Кількість теплоти, віддана гарячою водою:

$$Q_{\Gamma} = cm_{\Gamma}(t_{\Gamma} - t)$$

Кількість теплоти, одержана холодною водою:

$$Q_x = cm_x(t - t_x)$$

Відповідно до рівняння теплового балансу:

$$Q_{\Gamma} = Q_x$$

Підставимо рівняння (1) і (2) у рівняння (3):

$$cm_{\Gamma}(t_{\Gamma} - t) = cm_x(t - t_x)$$

$$m_{\Gamma}(t_{\Gamma} - t) = m_x(t - t_x)$$

$$x(85 - 35) = (70 - x) \cdot (35 - 5)$$

$$50x = (70 - x) \cdot 30$$

$$50x + 30x = 2100$$

$$80x = 2100; x = 26,25; m_1 = 26,25 \text{ (кг)}$$

$$m_2 = 70 \text{ кг} - 26,25 \text{ кг} = 43,75 \text{ кг}$$

Відповідь: $m_1 = 26,25 \text{ кг}$, $m_2 = 43,75 \text{ кг}$.

ДОМАШНЄ ЗАВДАННЯ

Повторити § 9, Вправа № 9 (1, 2)